



تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۸ دقیقه

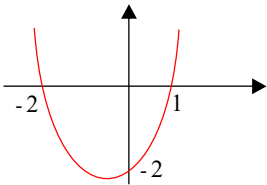
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ۱۱ حسابان آقای فدایی

۱- با توجه به نمودار مقابل که مربوط به تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  است:

اولاً علامت  $f(x)$  را تعیین کنید.

ثانیاً ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  را بدست آورید.



پاسخ: می‌دانیم محل تلاقی نمودار تابع با محور  $x$  ریشه‌های تابع هستند. از طرفی چون دهانه‌ی سهمی رو به بالا است پس  $a > 0$  می‌باشد. بنابراین جدول تعیین علامت بصورت زیر است:

| $x$    | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|------|-----|-----------|
| $f(x)$ |           | +    | -   | +         |

حال ضرایب  $a, b, c$  را از دو روش تعیین می‌کنیم.

روش اول:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} f(0) = -2 \Rightarrow c = -2 \\ f(1) = 0 \Rightarrow a + b - 2 = 0 \\ f(-2) = 0 \Rightarrow 4a - 2b - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

روش دوم: چون  $x = 1$  و  $x = -2$  ریشه‌های معادله هستند، بنابراین معادله بصورت  $f(x) = a(x+2)(x-1)$  می‌باشد. از طرفی  $f(0) = -2$  است، بنابراین:

$$a(0+2)(0-1) = -2 \rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین  $f(x) = x^2 + x - 2$  می‌باشد. در نتیجه  $b = 1$  و  $c = -2$  می‌باشد.

۲- مجموع همه‌ی عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۴ را به دست آورید.

پاسخ:

$$10 \leq 4k \leq 99 \Rightarrow 2,5 \leq k \leq 24,75$$

$$k = 3, 4, 5, \dots, 24 \Rightarrow n = 24 - 3 + 1 = 22$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ 12, & 16, & 20, & \dots, & 96 & a_1 = 12, & d = 4 \end{array}$$

$$S_{22} = \frac{22}{2}(a_1 + a_{22}) = 11(12 + 96) = 1188$$

۳- در یک دنباله حسابی، مجموع ۶ جمله اول ۵۷ و مجموع ۶ جمله دوم ۱۶۵ می‌باشد: مجموع ۲۰ جمله اول را بیابید.

پاسخ:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_6 = \frac{6}{2}(2a_1 + 5d) = 6a_1 + 15d = 57 \xrightarrow{\div 3} 2a_1 + 5d = 19$$

مجموع ۶ جمله دوم، خود دنباله‌ای حسابی با جمله اول  $a_7$  و جمله آخر  $a_{12}$  است، پس داریم:

$$a_7 + a_8 + \dots + a_{12} = \frac{6}{2}(a_7 + a_{12}) = 3(a_1 + 6d + a_1 + 11d) = 3(2a_1 + 17d) = 165$$

$$\xrightarrow{\div 3} 2a_1 + 17d = 55 \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 5d = 19 \\ 2a_1 + 17d = 55 \end{cases} \Rightarrow 12d = 36 \Rightarrow d = 3$$



$$2a_1 + 5d = 19 \xrightarrow{d=3} 2a_1 + 15 = 19 \Rightarrow a_1 = 2$$

در نتیجه مجموع  $20$  جمله اول برابر است با:

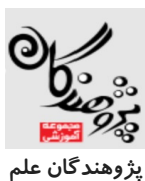
$$S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(4 + 19 \times 3) = 610$$

۴- اگر  $x = -1$  یک ریشه‌ی معادله‌ی  $4x^2 - mx - 7 = 0$  باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

پاسخ:

$$x = -1 \rightarrow 4x^2 - mx - 7 = 0 \rightarrow 4 + m - 7 = 0 \rightarrow \boxed{m = 3}$$

$$4x^2 - 3x - 7 = 0 \Rightarrow (x + 1)(4x - 7) = 0 \rightarrow x = -1, \boxed{x = \frac{7}{4}}$$



تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۶ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار ۱۱

۱- با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها را ثابت کنید.

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

پاسخ:

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow p$ | $p \Leftrightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ |
|-----|-----|-------------------|-------------------|-----------------------|----------------------------------------------|
| $T$ | $T$ | $T$               | $T$               | $T$                   | $T$                                          |
| $T$ | $F$ | $F$               | $T$               | $F$                   | $F$                                          |
| $F$ | $T$ | $T$               | $F$               | $F$                   | $F$                                          |
| $F$ | $F$ | $T$               | $T$               | $T$                   | $T$                                          |

۲- در گزاره‌های زیر دامنه متغیر گزاره‌ها و مجموعه جواب گزاره‌ها را مشخص کنید.

۱)  $2x^2 - 5x - 3 = 0$

۲)  $p$  عددی اول است

۳)  $x$  شهری صنعتی است

پاسخ:

۱)  $D = \mathbb{R}$  ج  $\left\{3, -\frac{1}{2}\right\}$

$25 - 4(2) - (-2) = 49$

$x = \frac{5 \pm 7}{4}$

۲)  $D = \mathbb{Z}$  ج  $\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$

۳)  $D$  مجموعه‌ی شهرهای صنعتی ج  $\{ \dots, \text{سمنان}, \text{تهران} \}$

۳- ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید.

الف)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$  ب)  $\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P$

پ)  $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq 2$  ت)  $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0$

پاسخ: الف) نادرست،  $x = 1$  عضو دامنه نیست.

$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$

ب) نادرست. برای  $n = 3$  مقدار  $2^n + 1$  برابر ۹ است که اول نیست.

$\sim (\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P) \equiv \exists n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \notin P = \mathbb{P}$

پ) نادرست  $(x = -\frac{1}{8})$

$\sim (\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq 2) \equiv \exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} > 2$

ت) درست ( $y = 3$ )

$\sim (\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0) \equiv \forall y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} \neq 0$



تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

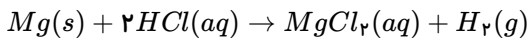
کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۱۲ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون شماره ۲

۱- در صورتی که بازده درصدی واکنش زیر، ۹۰ باشد؛ برای تهیه ۳٫۷۵ لیتر گاز هیدروژن در شرایط  $STP$ ، چند گرم فلز را باید با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید واکنش دهیم؟ ( $Mg = 24g \cdot mol^{-1}$ )

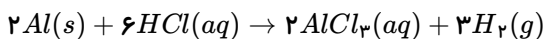


پاسخ:

$$\text{مقدار نظری} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{3.75 L H_2}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 4.16 L H_2$$

$$4.16 L H_2 \times \frac{1 mol H_2}{22.4 L H_2} \times \frac{1 mol Mg}{1 mol H_2} \times \frac{24 g Mg}{1 mol Mg} = 4.46 g Mg$$

۲- از واکنش ۵۴ گرم فلز آلومینیم با درصد خلوص ۸۰ با محلول هیدروکلریک اسید، چند لیتر گاز هیدروژن در شرایط  $STP$  ایجاد می‌شود؟ ( $Al = 27g \cdot mol^{-1}$ )



پاسخ:

$$54 g Al_{\text{خالص}} \times \frac{80 g Al_{\text{خالص}}}{100 g Al_{\text{خالص}}} \times \frac{1 mol Al}{27 g Al} \times \frac{3 mol H_2}{2 mol Al} \times \frac{22.4 L H_2}{1 mol H_2} = 53.76 L H_2$$

۳- با توجه به عناصر گروه دوم جدول تناوبی به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

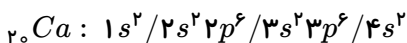
پاسخ:

**الف** واکنش‌پذیری  $Ca$  و  $Ba$  را با ذکر علت با هم مقایسه کنید.

پاسخ: واکنش‌پذیری  $Ba$  از واکنش‌پذیری  $Ca$  بیشتر است؛ زیرا در یک گروه جدول تناوبی از بالا به پایین، خصلت فلزی و واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد؛ زیرا با افزایش تعداد لایه‌های الکترونی در فلزات، نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های ظرفیتی کاهش می‌یابد و عناصر راحت‌تر الکترون از دست می‌دهند؛ پس واکنش‌پذیری آنها افزایش می‌یابد.

**ب** اتم  $Ca$  چند الکترون با  $l = 1$  دارد؟

پاسخ: ۱۲ الکترون؛ آرایش الکترونی اتم عنصر  $Ca$  به صورت روبه‌رو است:



زیرلایه  $L = 1$  همان زیرلایه  $P$  است. زیرلایه‌های  $P$  در اتم این عنصر دارای ۱۲ الکترون است.

۴- به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

پاسخ:

**الف** شعاع اتمی سه عنصر  $Na$  و  $Cl$  و  $P$  را با ذکر دلیل از زیاد به کم مرتب کنید.

پاسخ: مقایسه شعاع اتمی عناصر داده شده به صورت  $Cl > P > Na$  است؛ زیرا در یک دوره جدول تناوبی از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد. عناصر  $P$ ،  $Na$ ،  $Cl$  همگی در دوره سوم جدول دوره‌ای می‌باشند.

۵- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ذکر دلیل بنویسید.

پاسخ:

**الف** یون  $Cu^{2+}$  در بیرونی‌ترین زیرلایه خود، یک الکترون دارد.



پاسخ: نادرست؛ آرایش الکترونی یون  $Cu^{2+}$  به صورت  $3d^9 [Ar]_{18}$  است که در بیرونی ترین زیرلایه خود یعنی  $3d$ ، ۹ الکترون دارد.

**ب**

در یک دوره از جدول دوره‌ای با کاهش عدد اتمی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

پاسخ: درست؛ در یک دوره از جدول دوره‌ای و از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.



تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

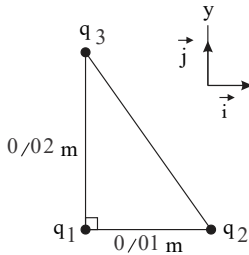
کد اجرا: نامشخص

زمان برگزاری: ۵ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فیزیک ۱۱ کرمی

۱- مطابق شکل سه ذره باردار، در سه رأس مثلث قائم الزاویه‌ای قرار دارند.



الف) نیروی الکتریکی وارد بر  $q_1$  را برحسب بردارهای یگانه  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل بنویسید.

ب) بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر  $q_1$  را تعیین کنید.

$$k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, \quad q_1 = 4 \mu C, \quad q_2 = -1 \mu C, \quad q_3 = 4 \mu C$$

پاسخ: بر بار  $q_1$ ، یک نیروی رابیشی از طرف  $q_2$  و یک نیروی رانشی از طرف  $q_3$  وارد می‌شود.

الف)

$$F_{31} = k \frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow F_{31} = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 4 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-4}} \Rightarrow F_{31} = 360 N$$

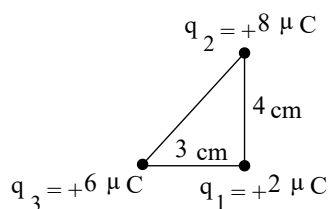
$$F_{21} = 9 \times 10^9 \frac{1 \times 4 \times 10^{-12}}{1 \times 10^{-4}} \Rightarrow F_{21} = 360 N$$

$$\vec{F}_T = F_x(\vec{i}) + F_y(\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_T = 360\vec{i} - 360\vec{j}$$

ب)

$$F_T = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad F_T = 360\sqrt{2} N$$

۲- مطابق شکل، سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بزرگی برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_1$  را به دست آورید.



$$k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

پاسخ: در اطراف بار  $q_1$ ، دو بار  $q_2$  و  $q_3$  قرار دارند، پس به بار  $q_1$  دو نیروی رانشی که عمود برهم هستند، وارد می‌شود، بنابراین داریم:

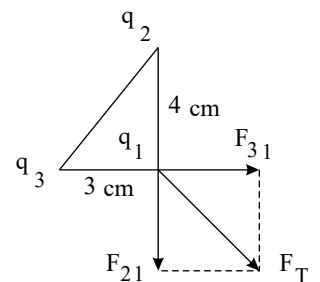
$$F_{31} = k \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2}$$

$$F_{31} = 120 N$$

$$F_{21} = k \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(4 \times 10^{-2})^2}$$

$$F_{21} = 90 N$$

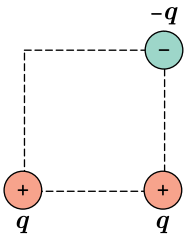
$$F_T = \sqrt{F_{31}^2 + F_{21}^2} = 150 N$$



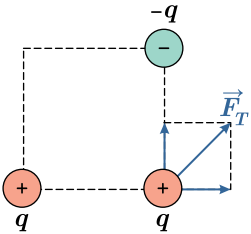
۳- سه ذره باردار مطابق شکل روبه‌رو، در سه گوشه یک مربع قرار دارند.

(الف) جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی را تعیین کنید.

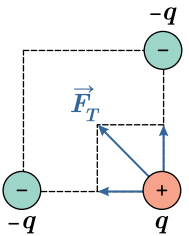
(ب) اگر ذره سمت چپ پایینی به جای  $q$ ، بار  $-q$  داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی چگونه خواهد بود؟

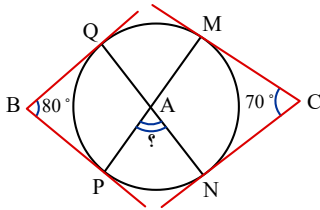


پاسخ: الف) اگر بارها همنام باشند یکدیگر را دفع و اگر ناهمنام باشند یکدیگر را جذب می‌کنند. لذا به بار سمت راست پایینی دو نیرو اثر می‌کند که چون این دو نیرو برهم عمودند برآیند آنها مطابق شکل می‌شود.



(ب) چون بار سمت راست پایین با دو بار دیگر ناهمنام است در نتیجه این بار توسط دو بار دیگر جذب می‌شود. چون این نیروها برهم عمودند، برآیند آنها مطابق شکل می‌شود.





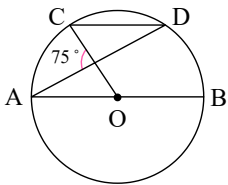
۱- در شکل اضلاع زاویه‌های  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  بر دایره مماس هستند. اندازه زاویه  $\hat{A}$  چند درجه است؟

پاسخ:

$$\begin{cases} \hat{B} = \frac{\widehat{QM} + \widehat{MN} + \widehat{PN} - \widehat{PQ}}{2} = 80^\circ \\ \hat{C} = \frac{\widehat{QM} + \widehat{PQ} + \widehat{PN} - \widehat{MN}}{2} = 70^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 150^\circ = \frac{2\widehat{QM} + 2\widehat{PN}}{2} \Rightarrow \widehat{PN} + \widehat{MQ} = 150^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{PN} + \widehat{MQ}}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

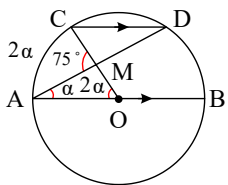


۲- در دایره شکل مقابل  $O$  مرکز و  $AB \parallel CD$ ، اندازه کمان  $CD$  را به دست آورید.

پاسخ: زاویه محاطی  $\hat{A}$  را برابر  $\alpha$  در نظر می‌گیریم، پس کمان روبه‌روی آن برابر  $2\alpha = \widehat{BD}$  می‌شود.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{AC} = \hat{BD} = 2\alpha$$

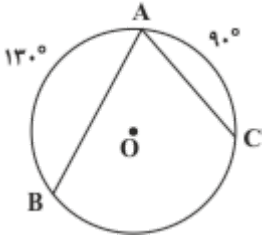
اندازه زاویه مرکزی  $\hat{AOC} = 2\alpha$  برابر کمان روبه‌رویش یعنی  $2\alpha = \widehat{AC}$  می‌شود.



$$\hat{AOM} : 75^\circ = \alpha + 2\alpha = 3\alpha \Rightarrow \alpha = 25^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$$



۳- زاویه محاطی  $BAC$  در دایره به مرکز  $O$  داده شده است. اگر  $\widehat{AB} = 130^\circ$ ،  $\widehat{AC} = 90^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $BAC$  را تعیین کنید.



پاسخ:

$$90^\circ + 130^\circ + \widehat{BC} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 140^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 70^\circ$$